

LXVI олимпиада по математике Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 10 января 2019 года
XI класс

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. В классе 44% учеников изучают японский язык, 40% учеников изучают немецкий язык и 56% учеников изучают французский язык, причем 48% учеников изучают только один язык. Сколько учеников не изучают ни одного языка, если известно, что только один ученик изучает все языки и по меньшей мере один язык изучают не более 93% учеников?
2. Реши уравнение: $\sqrt{x^2 - 3x} + \sqrt{x^2 - 3x - 3} = \sqrt{x^2 - 3x + 5}$
3. Найди все положительные целые числа a и b , для которых значение выражения $2a^2 - 3ab + b^2$ равно 2019.
4. В прямоугольнике $ABCD$ через вершину B проведены две перпендикулярные прямые. Одна из прямых пересекает сторону AD в точке K . Вторая прямая пересекает продолжение стороны CD в точке L . Прямые KL и AC пересекаются в точке F . Докажи, что прямые BF и KL перпендикулярны.
5. Все 64 клетки поля, размеры которого 8×8 , закрашены белым цветом. Каково наименьшее число клеток, которые нужно закрасить черным цветом, чтобы на этом поле внутри каждого прямоугольника размером 1×3 , находилась хотя бы одна черная клетка?